

文章编号 1004-924X(2011)04-0916-06

利用状态空间模型联合估计波达方向和频率

张志成, 石要武

(吉林大学 通信工程学院, 吉林 长春 130025)

摘要: 针对阵列信号多维参数估计计算量大, 需要参数配对运算等问题, 提出了一种利用状态空间模型联合估计波达方向(DOA)和频率的方法。首先, 构造一个特殊的状态空间模型, 其系统矩阵包含信号的波达方向和频率信息; 然后, 通过选取合适的辅助变量, 利用信号的二阶统计特性抑制噪声干扰, 并利用正交投影理论和奇异值分解得到广义可观测矩阵的估计值; 最后, 由广义可观测矩阵得到系统矩阵的估计值, 由系统矩阵估计值的特征分解得到信号的波达方向和频率。实验结果表明, 在信噪比为 0 dB 的情况下同时估计两个信源时, 信号频率估计的均方根误差为 0.003 5 rad, 信号到达角估计的均方根误差为 0.38°, 基本达到了联合估计算法的设计要求。

关键词: 状态空间模型; 波达方向估计; 频率估计; 联合估计

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20111904.0916

estimation of direction-of-arrival and frequency based on state-space model

ZHANG Zhi-cheng, SHI Yao-wu

(School of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China)

Abstract: In order to reduce the computational complexity and pair the parameters automatically in multiparameter estimation for array sensors, an algorithm for joint the Direction-of-arrival (DOA) signal and frequency signal based on a state-space model was presented. Firstly, a special state-space model with system matrices including the DOA and frequency information was constructed. Then the second order statistical properties were taken to restrain the noise by using appropriate auxiliary variable, and the extended observability matrix was estimated by using orthogonal projection theory and singular value decomposition. Finally, the estimation of system matrices was obtained from the generalized observability matrix, and the DOA and frequency of the signal were estimated from the eigenvalue decomposition of system matrix. Simulation results are presented to demonstrate the effectiveness of the algorithm, and the results show that the RMSE of frequency estimation is 0.003 5 rad and that of DOA estimation is 0.38° under the condition of estimating two signal sources with 0 dB for SNR.

Key words: state-space model; DOA estimation; frequency estimation; joint estimation

1 引言

阵列信号处理技术在雷达、声纳、通信、导航等诸多领域的应用越来越受到重视,而波达方向估计(Direction-of-arrival, DOA)是其研究的重要分支之一,近年来对二维 DOA、DOA 和频率等二维甚至多维参数的联合估计技术在雷达、移动通信等领域尤其令人关注。二维 DOA 估计技术由一维 DOA 技术发展而来,其早期方法大多直接由一维估计方法扩展而成,并没有充分利用阵列信号中所携带的多维参数信息,故往往存在着计算量大、参数配对困难等问题。如基于最大似然(ML)方法的估计算法^[1-2],虽然可获得参数的最优估计,但其需要进行大运算量的多维搜索,限制了算法的实际应用。为了降低算法的复杂性,一些一维的子空间类算法被相继提出,如基于 ESPRIT 方法的联合估计算法^[4-9]实现了对 DOA 和频率的联合估计,这些算法虽然具有较高的分辨率,但它们依然需要进行高维奇异值分解,且需要进行额外的参数配对运算。为了解决参数配对问题, Jen-Der Lin 等提出了一种 FSF-MUSIC 算法^[10],该方法提出了一种频率-空间-频率(FSF)的树状结构,可实现参数自动配对,但该方法需要进行3次一维 MUSIC 算法运算,仍然具有较大的运算量。

状态空间模型是动态时域模型,以隐含着的时间为自变量。状态空间模型包括两个模型:一是状态方程模型,反映动态系统在输入变量作用下在某时刻所转移的状态;二是输出或量测方程模型,它将系统在某时刻的输出和系统的状态及输入变量联系起来。数据所具有的不变结构可通过状态空间描述清晰地表现出来,并用于提取与信号相关的信息。本文结合状态空间模型的特点,提出了一种基于状态空间模型联合估计波达方向和频率的方法。该方法通过构造特殊的状态空间模型,将所估计的参数转换到状态空间模型的系统矩阵中,通过广义可观测矩阵得到系统矩阵的估计值,再由系统矩阵得到信号角度和频率的估计值。该方法具有计算量较小,且具有参数自动配对的特点。

2 阵列信号处理的数学模型

首先,假设接收阵列的阵元数为 M ,阵元间距为 d ,共有 N 个信源,其中 $M > N$,设波达方向为 $\theta_1, \dots, \theta_N$,并以阵列的第一个阵元作为基准,各信号源在基准点的复包络分别为 $s_1(t), \dots, s_N(t)$,则在第 m 个阵元上接收到的信号数据为

$$y_m(k) = \sum_{i=1}^N s_i(k) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(m-1)d\sin\theta_i} + v_m(k), \quad (1)$$

式中 λ 为信号中心频率处的载波波长, $v_m(k)$ 表示第 m 个阵元上的测量噪声。

将各阵元上的采样值写成向量形式

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (2)$$

式中

$$\mathbf{A} = [a(\theta_1) \quad a(\theta_2) \quad \dots \quad a(\theta_N)],$$

$$a(\theta_k) = [1 \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta_k} \quad \dots \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)\sin\theta_k}]^T,$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \quad s_2(t) \quad \dots \quad s_N(t)]^T,$$

$$\mathbf{v}(t) = [v_1(t) \quad v_2(t) \quad \dots \quad v_M(t)]^T.$$

定义信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 为状态空间模型的状态向量 $\mathbf{x}(t)$,且其具有如下形式

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \alpha_1 e^{j\omega_1 t} \\ \alpha_2 e^{j\omega_2 t} \\ \vdots \\ \alpha_N e^{j\omega_N t} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

则根据式(2)可以得到如下形式的状态空间模型:

$$\mathbf{x}(t+1) = \Phi\mathbf{x}(t), \quad (4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (5)$$

其中

$$\Phi = \text{diag}[e^{j\omega_1} \quad e^{j\omega_2} \quad \dots \quad e^{j\omega_N}]. \quad (6)$$

接下来的问题就是要从给定的数据中求解系统矩阵 \mathbf{A} 和 Φ ,然后再通过这两个系统矩阵来找出信号参数 $\{\omega_n\}_{n=1}^N$ 和 $\{\theta_n\}_{n=1}^N$ 。

3 算法的实现

3.1 状态空间模型求解

首先,为了推导方便,将前文所确立的系统状态空间模型(式(4)和式(5))转化为更加一般的形式:

$$\mathbf{x}(t+1) = \Phi \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{w}(t), \quad (7)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) + \mathbf{v}(t), \quad (8)$$

其中 $\Phi, \mathbf{B}, \mathbf{A}, \mathbf{D}$ 为系统矩阵, $u(t)$ 为系统的输入, $w(t)$ 和 $v(t)$ 分别为系统的过程噪声和测量噪声。在这里假设 $w(t)$ 和 $v(t)$ 为相互独立的零均值、高斯白噪声。

以输出数据为例, 将其分为“过去”和“将来”两部分(以下标 p 和 f 分别代表 ‘past’ 和 ‘future’), 定义系统输出的 Hankel 矩阵如下:

$$\mathbf{Y}_p = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \cdots & y(k-1) \\ y(1) & y(2) & \cdots & y(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(i-1) & y(i) & \cdots & y(i+k-2) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{Y}_f = \begin{bmatrix} y(i) & y(i+1) & \cdots & y(i+k-1) \\ y(i+1) & y(i+2) & \cdots & y(i+k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(2i-1) & y(2i) & \cdots & y(2i+k-2) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中, i 和 k 分别代表 Hankel 矩阵的行数和列数, 可通过对采样数和阵元数的综合分析得到。以相同的方式, 可以将输入 $u(t)$ 和噪声 $w(t), v(t)$ 分别组成 $\mathbf{U}_l, \mathbf{W}_l$ 和 $\mathbf{V}_l (l=p, f)$ 。将状态序列表示为:

$$\mathbf{X}_p = [x(0) \quad x(1) \quad \cdots \quad x(k-1)], \quad (11)$$

$$\mathbf{X}_f = [x(i) \quad x(i+1) \quad \cdots \quad x(i+k-1)], \quad (12)$$

定义广义可观测矩阵:

$$\frac{1}{k} \mathbf{V}_f \mathbf{Y}_p^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} v(i+j)y(j) & \frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} v(i+j)y(j+1) & \cdots & \frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} v(i+j)y(i+j-1) \\ \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} v(i+j+1)y(j) & \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} v(i+j+1)y(j+1) & \cdots & \frac{1}{k-1} \sum_{i=0}^{k-1} v(i+j+1)y(i+j-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} v(2i+j-1)y(j) & \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} v(2i+j-1)y(j+1) & \cdots & \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} v(2i+j-1)y(i+j-1) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

由式(18)可以看出 $\frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} v(i+j)y(j)$ 为 $v(t)$ 和 $y(t)$ 的互相关运算, 由于 \mathbf{V}_f 和 \mathbf{Y}_p 中的元素互不相

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \\ \vdots \\ \mathbf{A}\Phi^{i-1} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

下三角分块 Toeplitz 矩阵:

$$\mathbf{H}_i^d = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{D} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{A}\Phi\mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{D} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}\Phi^{i-2}\mathbf{B} & \mathbf{A}\Phi^{i-3}\mathbf{B} & \mathbf{A}\Phi^{i-4}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\mathbf{H}_i^w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{A} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{A}\Phi & \mathbf{A} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{A}\Phi^{i-2} & \mathbf{A}\Phi^{i-3} & \cdots & \mathbf{A} & 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

利用系统的状态方程和式(13)~(15), 可以得到输入、输出 Hankel 矩阵与状态矩阵满足下式:

$$\mathbf{Y}_f = \Gamma_f \mathbf{X}_f + \mathbf{H}_f^d \mathbf{U}_f + \mathbf{H}_f^w \mathbf{W}_f + \mathbf{V}_f, \quad (16)$$

将式(9)转置右乘式(16)再除以 k 得:

$$\frac{1}{k} \mathbf{Y}_f \mathbf{Y}_p^T = \Gamma_f \frac{1}{k} \mathbf{X}_f \mathbf{Y}_p^T + \mathbf{H}_f^d \frac{1}{k} \mathbf{U}_f \mathbf{Y}_p^T + \mathbf{H}_f^w \frac{1}{k} \mathbf{W}_f \mathbf{Y}_p^T + \frac{1}{k} \mathbf{V}_f \mathbf{Y}_p^T, \quad (17)$$

以上式中测量噪声项为例, 可展开成如下形式:

关, 则 $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \mathbf{V}_f \mathbf{Y}_p^T = 0$, 同理可以得到 $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \mathbf{W}_f \mathbf{Y}_p^T = 0$ 。则式(17)可化简为:

$$\frac{1}{k} \mathbf{Y}_{\text{pf}} = \mathbf{\Gamma}_i \frac{1}{k} \mathbf{X}_{\text{pf}} + \mathbf{H}_i^d \frac{1}{k} \mathbf{U}_{\text{pf}}, \quad (19)$$

其中 $\mathbf{Y}_{\text{pf}} = \mathbf{Y}_f \mathbf{Y}_p^T$, $\mathbf{X}_{\text{pf}} = \mathbf{X}_f \mathbf{Y}_p^T$, $\mathbf{U}_{\text{pf}} = \mathbf{U}_f \mathbf{Y}_p^T$.

定义正交投影算子 $\mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp}$ 具有如下的形式:

$$\mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp} = \mathbf{I}_i - \mathbf{U}_{\text{pf}}^T (\mathbf{U}_{\text{pf}} \mathbf{U}_{\text{pf}}^T)^+ \mathbf{U}_{\text{pf}}, \quad (20)$$

其中 $(\cdot)^+$ 表示矩阵 \cdot 的 Moore-Penros 伪逆.

根据子空间投影理论有: $\mathbf{U}_{\text{pf}} \mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp} = 0$.

将式(20)右乘式(19)可得到

$$\frac{1}{k} \mathbf{Y}_{\text{pf}} \mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp} = \mathbf{\Gamma}_i \frac{1}{k} \mathbf{X}_{\text{pf}} \mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp}, \quad (21)$$

其中, $\mathbf{X}_{\text{pf}} \mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp}$ 有行满秩 N , 并且矩阵 $\mathbf{\Gamma}_i$ 的秩也为

N . 因此, 可以通过对 $\frac{1}{k} \mathbf{Y}_{\text{pf}} \mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp}$ 进行奇异值分解来得到广义可观测矩阵 $\mathbf{\Gamma}_i$ 的像及其维数.

令 $\frac{1}{k} \mathbf{Y}_{\text{pf}} \mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp}$ 的奇异值分解如下

$$\frac{1}{k} \mathbf{Y}_{\text{pf}} \mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp} \stackrel{\text{SVD}}{=} [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{bmatrix} = \mathbf{U}_1 \Sigma_1 \mathbf{V}_1^T, \quad (22)$$

其中, $\mathbf{U}_1 \in \mathbf{R}^{M \times N}$, $\mathbf{U}_2 \in \mathbf{R}^{M \times (iM - N)}$ 分别为左奇异向量的第 1 列到第 N 列和第 $N+1$ 列到第 $iM-1$ 列. 将式(22)代入式(21)可得

$$\mathbf{\Gamma}_i \frac{1}{k} \mathbf{X}_{\text{pf}} \mathbf{\Pi}_{U_{\text{pf}}^\perp} = \mathbf{U}_1 \Sigma_1 \mathbf{V}_1^T, \quad (23)$$

这样, 就可以得到所定义广义可观测矩阵的估计值如下:

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_i = \mathbf{U}_1 \Sigma_1^{1/2}, \quad (24)$$

则经过变换后的系统矩阵 \mathbf{A}_T 的估计值就很容易得到

$$\hat{\mathbf{A}}_T = \hat{\mathbf{\Gamma}}_i (1 : M, 1 : N), \quad (25)$$

而矩阵 $\mathbf{\Phi}_T$ 的估计值可以通过解以下的线性方程得到.

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_i (1 : M(i-1), 1 : N) \hat{\mathbf{\Phi}}_T = \hat{\mathbf{\Gamma}}_i (M+1 : iM, 1 : N). \quad (26)$$

3.2 信号参数估计

通过上面的状态空间方法已经得到了经过变换后的系统矩阵 \mathbf{A}_T 和 $\mathbf{\Phi}_T$ 的估计值 $\hat{\mathbf{A}}_T$ 和 $\hat{\mathbf{\Phi}}_T$. 下面将介绍如何从这两个矩阵中得到信号的参数估计.

由上一节的推导可以很容易地得到以下的关系式:

$$\mathbf{A}_T = \lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{A}}_T = \mathbf{A} \mathbf{T}, \quad (27)$$

$$\mathbf{\Phi}_T = \lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{\Phi}}_T = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{\Phi} \mathbf{T}, \quad (28)$$

其中, 矩阵 \mathbf{T} 为一个未知的、满秩的 $N \times N$ 状态变换矩阵. 由式(27)可以看出, 矩阵 \mathbf{A}_T 和 \mathbf{A} 具有相同的值域空间. 又由于式(28)是一个相似变换, 那么 $\mathbf{\Phi}_T$ 和 $\mathbf{\Phi}$ 具有相同的特征值 $e^{j\omega_n}$ ($n=1, \dots, N$). 则可通过对矩阵 $\mathbf{\Phi}_T$ 进行特征分解可得到其特征值, 即

$$\mathbf{\Phi}_T = \mathbf{E} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}^{-1}, \quad (29)$$

其中, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_1 \quad \dots \quad \lambda_N]$, 这样, 入射信号的频率就可以很容易地通过求 λ_k 的相角得到, 即:

$$\hat{\omega}_n = \angle \lambda_n, \quad n=1, \dots, N, \quad (30)$$

上式中的符号“ \angle ”表示取相角. 此外, 由于矩阵 \mathbf{E} 对角化 $\mathbf{\Phi}_T$, 其提供了一个对状态变换矩阵 \mathbf{T}^{-1} 的估计. 由此, 可以从式(27)获得对系统矩阵 \mathbf{A} 的一致估计. 即

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{A}}_T \mathbf{E}, \quad (31)$$

令 \hat{a}_k 代表矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 的第 k 列, 即可以通过解下面的最小二乘问题获得波达方向的估计值.

$$\hat{\theta}_n = \arg \max_{\theta} \frac{|a^H(\theta) \hat{a}_n|^2}{\|a(\theta)\|^2}, \quad n=1, \dots, N, \quad (32)$$

对于半波长间距的均匀线阵情况下, 角度的估计可以由下式直接求得:

$$\hat{\theta}_n = \frac{1}{M-N-1} \sum_{j=1}^{M-N-1} \arcsin \left(\frac{1}{\pi} \angle \left(\frac{\hat{a}_n(j+1)}{\hat{a}_n(j)} \right) \right), \quad (n=1, \dots, N). \quad (33)$$

式中符号“ \angle ”表示取相角, 从上式中可以看出, 由于特征值和特征向量自动配对, 所以频率和 DOA 估计也自动配对.

4 实验

实验一: 取入射信号数 $N=2$, 两入射信号的入射角度分别取 $\theta_1=10^\circ$, $\theta_2=15^\circ$, 两入射信号的频率分别取 $\omega_1=1 \text{ rad}$, $\omega_2=1.05 \text{ rad}$, 采样快拍数 $n=200$. 阵列天线采用均匀线阵, 阵元数 $M=8$, 阵元间距为 $\lambda/2$. 在 Gaussian 白噪声背景下, 采用 100 次独立 Monte Carlo 实验, 以均方根误差 (RMSE) 作为衡量算法性能的标准, 并与文献[4]中的 JAFE 算法进行了对比分析.

图 1 和图 2 分别给出了两种算法在信噪比从 -10 dB 到 20 dB 之间频率估计和 DOA 估计的

均方根误差的变化。从图中可以看出,本文算法的频率估计精度与 JAFE 方法较为接近,但在较低信噪比下的估计精度略高于 JAFE 方法;而 DOA 估计精度整体略高于 JAFE 方法。此外,本方法无需进行参数配对运算,减小了算法的复杂度。

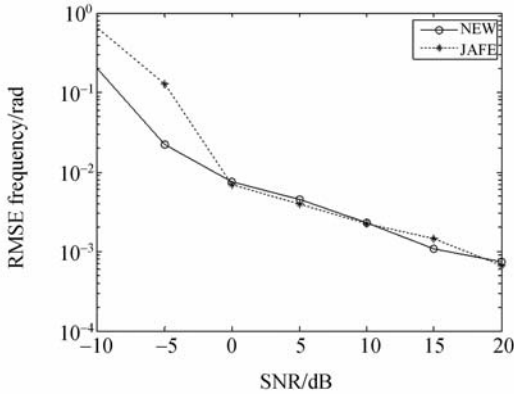


图 1 两种方法频率估计比较

Fig. 1 Comparison of frequency estimation

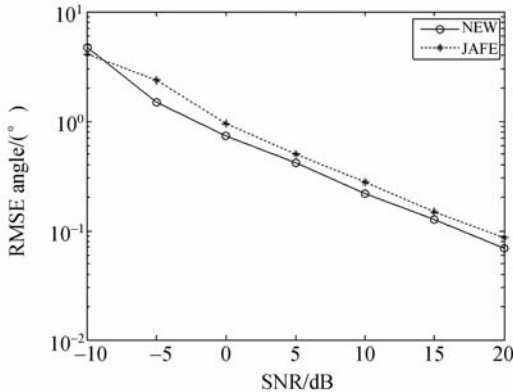


图 2 两种方法到达角估计比较

Fig. 2 Comparison of DOA estimation

实验二:取入射信号数 $N=3$, 两入射信号的人射角度分别取 $\theta_1=10^\circ, \theta_2=15^\circ, \theta_3=20^\circ$ 。3 个人射信号的频率分别取 $\omega_1=1.15 \text{ rad}, \omega_2=1 \text{ rad}, \omega_3=1.07 \text{ rad}$, 采样快拍数 $n=200$ 。阵列天线采用均匀线阵, 阵元数 $M=8$, 阵元间距为 $\lambda/2$ 。在高斯白噪声背景下, 采用 100 次独立 Monte Carlo 实验, 以均方根误差 (RMSE) 作为衡量算法性能的标准。

图 3 和图 4 分别给出了 3 个信号在信噪比从 -10 dB 到 20 dB 之间频率估计和 DOA 估计的均

方根误差的变化。从图中可以看出, 当待测信源数增加后, 算法的估计性能出现了一定的衰减, 其主要表现为在低信噪比下估计误差的增大。而在较高信噪比下, 本文算法依然能够获得较好的参数估计性能。

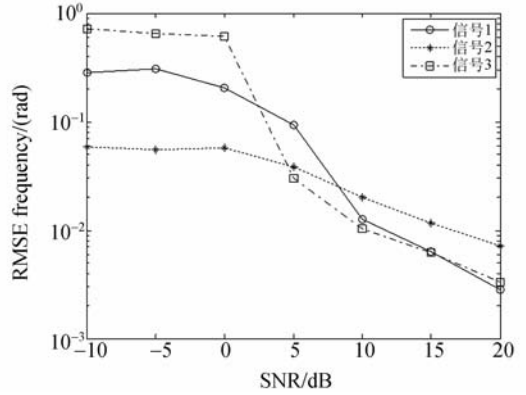


图 3 三信源频率估计

Fig. 3 Frequency estimation for three sources

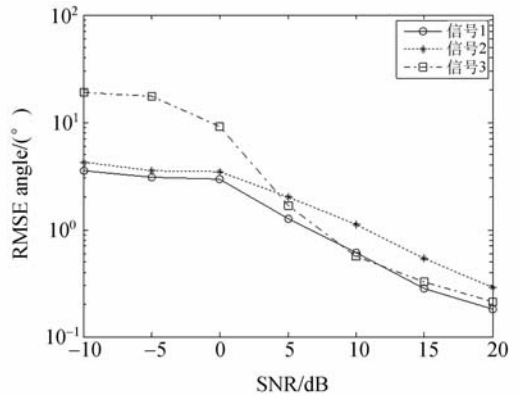


图 4 三信源到达角估计

Fig. 4 DOA estimation for three sources

5 结论

本文提出了一种基于状态空间模型的波达方向和频率联合估计方法。该算法通过构造特殊的状态空间模型, 将所要估计的参数转换到状态空间模型的系统矩阵中, 再通过求解广义可观测矩阵得到系统矩阵的估计值, 从而实现信号波达方向、频率的联合估计。该方法具有计算量小估计参数自动配对的特性, 无需进行谱峰搜索和参数配对运算, 表现出了较好的参数估计稳定性及测量精度。计算机仿真表明, 在信噪比为 0 dB 的情

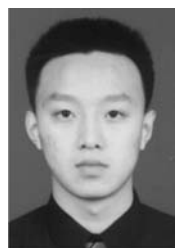
况下同时估计两个信源时,信号频率估计的均方根误差为 0.003 5 rad,信号到达角估计的均方根

误差为 0.38° ,基本达到了联合估计算法的设计要求。

参考文献:

- [1] ZATMAN M A, STRANGEWAYS H J. An efficient joint direction of arrival and frequency ML estimator[C]. *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 1995:431-434.
- [2] ATHELEY F. Asymptotically decoupled angle-frequency estimation with sensor arrays [C]. *The Thirty-Third Asilomar Conference On Signal, Systems & Computers*, 1999:1098-1102.
- [3] VIBERG M, STOICA P. A computationally efficient method for joint direction finding and frequency estimation in colored noise[C]. *The Thirty-Second Asilomar Conference On Signal, Systems & Computers*, 1998:1547-1551.
- [4] LEMMA A N, VAN DER VEEN A J, DEPRETTERE E F. Joint Angle-frequency Estimation Using Multi-resolution ESPRIT[C]. *IEEE International Conference on ICASSP-98*, 1998:1957-1960.
- [5] CHEN Y H, CHEN C H. Direction-of-arrival and frequency estimations for narrowband sources using two single rotation invariance algorithms with the marked subspace[J]. *Radar and Signal Processing*, 1992,139:297-300.
- [6] GE L J, CHEN T W, HUANG X F. Simultaneous frequency and direction estimation from parallel-array data[J]. *Radar, Sonar and Navigation*, 1995, 142:6-10.
- [7] HAARDT M, NOSSEK J A. 3-D unitary ESPRIT for joint 2-D angle and carrier estimation[C]. *IEEE International Conference on ICASSP-97*, 1997:255-258.
- [8] WANG L, CHEN T Q. Frequency and DOA estimation of LTF in fractional Fourier domain[C]. *IEEE International Conference on Communication and Circuits*, 2002:1029-1033.
- [9] LEMMA A N, VAN DER VEEN A J, DEPRETTERE E F. Analysis of joint angle-frequency estimation using ESPRIT[J]. *IEEE Signal Processing*, 2003(5):1264-1283.
- [10] LIN J D, FANG W H, WANG Y Y, et al.. FSF MUSIC for Joint DOA and frequency estimation and its performance analysis [J]. *IEEE Signal Processing*, 2006,12:4529-4542.
- [11] XU L Y, ZHANG X F, XU Z Z. Improved joint direction of arrival and frequency estimation using propagator method[C]. *2nd International Conference on ICISE*, 2010:2139-2143.
- [12] 张晓平,刘桂雄,周松斌. 利用最小二乘支持向量机实现无线传感器网络的目标定位[J]. *光学精密工程*, 2010,18(9):2060-2068.
ZHANG X P, LIU G X, ZHOU S B. Target localization based on LSSVR in wireless sensor networks [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010,18(9):2060-2068. (in Chinese)
- [13] 彭耿. 双通道卫星通信信号快速盲检测[J]. *光学精密工程*, 2009,17(10):2535-2541.
PENG G. Double-channel fast blind detection of satellite communication signals [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010,17(10):2535-2541. (in Chinese)

作者简介:



张志成(1981—),男,吉林长春人,博士研究生,2005年、2007年于吉林大学分别获得学士、硕士学位,主要从事阵列信号处理方面的研究。E-mail: shine81@163.com



石要武(1954—),男,吉林长春人,教授,博士生导师,1996年于吉林工业大学获得博士学位,主要从事生产过程自动检测与综合控制方法、信号检测理论与应用、阵列信号处理理论与应用等方面的研究。E-mail: shiyw@jlu.edu.cn